

# ピアースポイント位置の計算

08-CNS-208-1

April 24, 2008

電子航法研究所

測距信号が電離層を通過する地点はピアースポイント (pierce point) と呼ばれるが、いくつかの計算方式が知られている。代表的な例として GPS 方式と SBAS 方式を比較した結果、SBAS 方式によるほうが位置誤差が小さいことがわかった。

## 1 ピアースポイント位置の計算

上空に分布する電離層を一定高度  $H_{iono}$  の薄膜と近似した場合に、測距信号が電離層を通過する位置をピアースポイント (pierce point, あるいは ionospheric pierce point : IPP) という。電離層補正情報が与えられる衛星航法システムではピアースポイント位置の計算方法も定義されており、指定された計算式によりピアースポイント位置を求めて、電離層遅延量を得ることとなる。

以下、GPS および SBAS で与えられている計算式を整理する。式中の文字は次のとおりの意味である。

|                |           |       |
|----------------|-----------|-------|
| $\phi_u$       | 受信機位置の緯度  | [rad] |
| $\lambda_u$    | 受信機位置の経度  | [rad] |
| $R_E$          | 地球半径      | [m]   |
| $H_{iono}$     | 電離層高度     | [m]   |
| $A_i$          | 衛星の方位角    | [rad] |
| $E_i$          | 衛星の仰角     | [rad] |
| $\phi_{pp}$    | IPP 位置の緯度 | [rad] |
| $\lambda_{pp}$ | IPP 位置の経度 | [rad] |

### 1.1 GPS 方式

GPS については、IS-GPS-200[1] の 20.3.3.5.2.5 節および Figure 20-4 により、ピアースポイントの算出手順が次のとおり定められている。

$$\psi = \pi \left( \frac{0.0137}{E_i/\pi + 0.11} - 0.022 \right) \quad (1)$$

$$\phi_{pp0} = \phi_u + \psi \cos A_i$$

$$\phi_{pp} = \begin{cases} \phi_{pp0}, & |\phi_{pp0}| < 0.416\pi \\ 0.416\pi, & \phi_{pp0} > 0.416\pi \\ -0.416\pi, & \phi_{pp0} < -0.416\pi \end{cases} \quad (2)$$

$$\lambda_{pp} = \lambda_u + \frac{\psi \sin A_i}{\cos \phi_{pp}} \quad (3)$$

計算の過程で現れる $\psi$ は、ピアースポイントおよび受信機位置からそれぞれ地球の中心に向かう線分同士が地球中心でつくる角度である．なお、Figure 20-4 では角度はすべて半円 (semi-circle) を単位として記載されているが、ここではラジアンを単位としてある．

GPS 方式の特徴は、式中に地球半径や電離層高度が現れないことで、簡単な計算式で必要な精度の計算が行えるように配慮されている．L1C/A コードの NAV メッセージ以外の L2C CNAV メッセージや L5 CNAV2 メッセージにおいても、同一の計算式を使用することとされている．

## 1.2 SBAS 方式

ICAO (国際民間航空機関) の国際標準規格 SBAS (satellite-based augmentation system: 静止衛星型衛星航法補強システム) [2] に基づく衛星航法システムとして、米国の WAAS (wide area augmentation system)、欧州 EGNOS (European geostationary overlay service)、そして我が国の MSAS (MTSAT-based satellite augmentation system) が整備・運用されている．これらは GPS の性能を補強するための情報を静止衛星から放送するサービスであり、広域ディファレンシャル補正情報の一部として電離層補正情報が含まれている．

SBAS 規格の本体である SARP s [2] では、ピアースポイントは「受信機と衛星を結ぶ線分が WGS-84 楕円体からの高度が 350 km で一定の楕円体と交わる点」と定義されているのみで、具体的な計算方法は示されていない．米国 RTCA が WAAS 受信機の性能要件として定めている MOPS [3] は SBAS 対応受信機の実上の標準仕様といえるものであるが、WAAS 信号の仕様を記載している付録 A でピアースポイントの計算式が示されている (A.4.4.10.1 節) ．

MOPS におけるピアースポイントの計算手順は次のとおりである．

$$\begin{aligned}\psi &= \frac{\pi}{2} - E_i - \sin^{-1} \left( \frac{R_E \cos E_i}{R_E + H_{iono}} \right) \\ \phi_{pp} &= \sin^{-1} (\sin \phi_u \cos \psi + \cos \phi_u \sin \psi \cos A_i)\end{aligned}\quad (4)$$

$$\lambda_{pp} = \begin{cases} \lambda_u + \pi - \sin^{-1} \left( \frac{\sin \psi \sin A_i}{\cos \phi_i} \right), & \left\{ \begin{array}{l} \lambda_u > 70^\circ \text{ and } \tan \psi \cos A_i > \tan \left( \frac{\pi}{2} - \phi_u \right) \\ \text{or} \\ \lambda_u > -70^\circ \text{ and } \tan \psi \cos(A_i + \pi) > \tan \left( \frac{\pi}{2} + \phi_u \right) \end{array} \right\} \\ \lambda_u + \sin^{-1} \left( \frac{\sin \psi \sin A_i}{\cos \phi_i} \right), & \text{otherwise}\end{cases}\quad (5)$$

GPS 方式と比べると三角関数が多用されており、計算負荷が若干大きいものと思われる．ただし、SARP s の定義に沿って計算式が組み立てられており、地球半径および電離層高度が式に含まれている．これらの値としては、 $R_E = 6378.1363 \text{ km}$ 、 $H_{iono} = 350 \text{ km}$  を用いることと定められている．

## 2 ピアースポイント位置の計算誤差

IPP 位置の計算方法により計算される IPP 位置に生じる差の大きさについて、評価を試みた．正確な IPP 位置については、受信機と衛星を結ぶ直線上の点のうち、高度 350 km の回転楕円体面と交わる点を求めることとして計算機の逐次処理により求める．

IPP 位置の計算誤差の傾向があらかじめわからないため、ユーザ位置および仰角、方位角のすべての可能な組合せを網羅して最大誤差を算出することとした．具体的には、ユーザ位置としては地球上の全域について経緯度で 5 度毎、また仰角および方位角についても 0 ~ 90 度あるいは 0 ~ 360 度を 5 度毎に試行した．

図 1 には GPS 方式により求めた IPP 位置と正しい IPP 位置の大圏距離を表示しており、横軸はユーザ位置の緯度 (の絶対値) としてある．すなわち本図には、ユーザの緯度に対応して、IPP 位置の最大誤差を電離層高度別に表示してある．太線は  $H_{iono} = 350 \text{ km}$  に対応しており、南緯 65 度 ~ 北緯 65 度程度のユーザについてはこの高度で誤差が最小となることがわかる．ただし、最大で 500 km 程度の位置誤差があり、またユーザ位置の緯度がこの範囲を超えると急激に計算誤差が大きくなる様子が見られる．

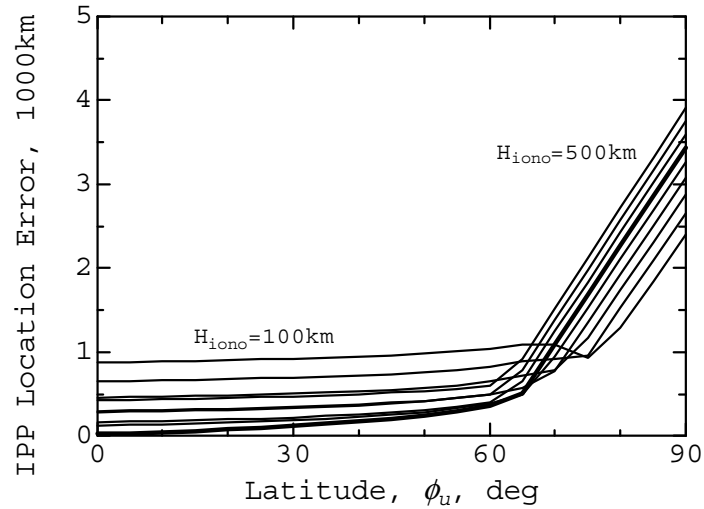


図 1: IPP 位置の計算誤差 (GPS 方式) .

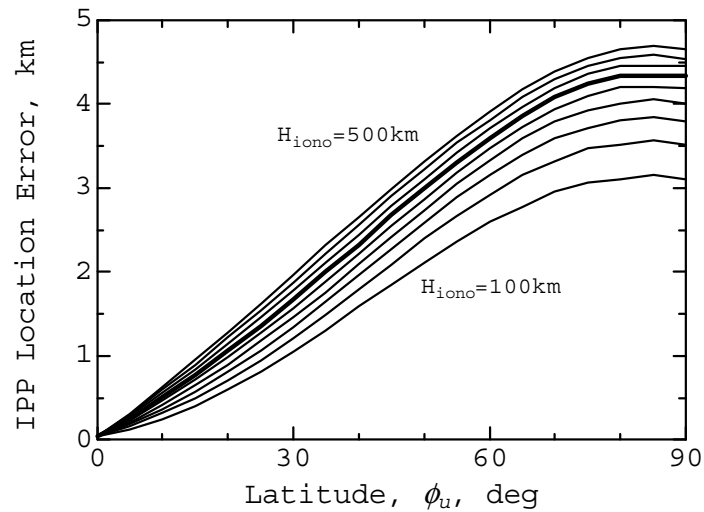


図 2: IPP 位置の計算誤差 (MOPS 方式) .

図 2 は MOPS 方式による場合の結果であり，GPS 方式と比べて劇的に計算誤差が小さくなっていることがわかる．電離層高度が低いほうが誤差は小さいが， $H_{iono} = 500 \text{ km}$  としても位置誤差は 5 km 以下である．SBAS では電離層遅延補正情報が経緯度で 5 度毎の格子点で与えられるから，それと比較して十分な精度で IPP 位置を計算できることがわかる．

## 参考文献

- [1] Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces, Interface Specification, IS-GPS-200, Rev. D, Dec. 2004.
- [2] *International Standards and Recommended Practices, Aeronautical Telecommunications*, Annex 10 to the Convention on International Civil Aviation, vol. I, ICAO, Nov. 2002.
- [3] *Minimum Operational Performance Standards for Global Positioning System/Wide Area Augmentation System Airborne Equipment*, DO-229, Rev. D, RTCA, Dec. 2006.

担当：CNS 領域 坂井 (END)