

モンテカルロ法による航空路の衝突危険度推定

電子航法開発部 長岡 栄†

1. はじめに

近年，洋上航空路の管制に自動従属監視（ADS）やデジタル通信が利用されつつあり，2003年後半には航空管制に利用する運輸多目的衛星(MTSAT)の打ち上げが予定されている．これに伴い航空機間に設定すべき管制間隔を短縮し，運航効率を高めることが期待されている．北太平洋の洋上航空路では，現在，横50NM，垂直1000ft，縦が時間で10または15分（距離換算で約80～120NM）の管制間隔基準を適用している．将来は，現行の縦間隔を50NMや30NMに短縮する事が検討されている．

管制間隔基準の短縮可能性の検討には，通常，衝突危険度モデル^{[1][2]}が用いられる^{[3][7][8]}．縦間隔についてはReich^[1]モデルを改良したAnderson^[2]のモデルがある．こうしたモデルで衝突危険度を求めるにはモデル・パラメータの推定値が要る．これらのうち，縦方向で重なる確率（重畳確率）や平均相対縦方向速力は推定のための解析的計算が煩雑で困難な場合が多い．こうした場合，代替策として，推定にモンテカルロ法が用いられる^{[2][8]}．

北太平洋の洋上航空路における50NM縦間隔の適用可能性は文献[7][8]で考察した．今回は同空域で30NM縦間隔の場合の衝突危険度をモンテカルロ法により推定してみた．本稿では，その方法と得られた結果を示す．

2. 衝突危険度モデル

Andersonのモデルでは，衝突危険度（単位飛行時間あたりに発生する空中衝突事故件数の期待値） N_{ax} は次式[2]で与えられる．

$$N_{ax} = 2 \cdot N_p \cdot HOP(T) \cdot P_z(0) \cdot \left[1 + \frac{|\bar{z}|}{2\lambda_z} \cdot \frac{\pi\lambda_{xy}}{2V_{rel}} \right] \quad (1)$$

ただし， λ_z ：航空機（図1の円柱）の高さ，
 λ_{xy} ：航空機の幅（円柱の直径），
 N_p ：考察中の1時間あたりの航空機対の数，
 $HOP(T)$ ：水平重畳確率（期間[0, T]内に水平方向で重なりが生じる確率），
 $P_z(0)$ ：垂直重畳確率， V_{rel} ：水平方向の重畳

が生じるときの平均相対速力，
 $|\bar{z}|$ ：平均垂直相対速力である．

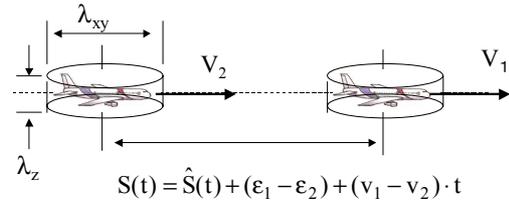


図1 衝突モデルの概念

3. モデル化の状況

(1)式は交差ルートでも成り立つが，ここでは同一経路上を前後して飛行する航空機対を考える．ADS環境下で，地上システムまたは管制官が航空機の距離を測るとする．どちらかの航空機からの最新の位置通報があった時点をと $t=0$ とする．ここでは航空機の位置通報は，二機について，同一周期 T_r で，同時と仮定する．

このモデル^[2]では飛行を複数個の通報周期 T_r 時間毎の区間に分割し，各区間の衝突危険度は同じとする．水平重畳確率は経過時間 t ともに増大する．ここでは，最大値として，通報周期 T_r に航空機の作動までの遅延時間（通信遅延等を考慮）を加えた時間 $T(=T_r + \tau)$ における確率を考える．

4. 水平重畳確率

水平重畳確率は次式で与えられる．

$$HOP(T) = LOP(T) \times P_y(0) \quad (2)$$

ここで， $P_y(0)$ は横幅 $\lambda_y = \lambda_{xy}$ のときの横方向重畳確率， $LOP(T)$ は期間[0, T]内に縦方向で重畳が生じる確率（縦方向重畳確率）である．これは次式で近似される．

$$LOP(T) \approx \text{Prob}\{S(T_r + \tau) \leq \lambda_{xy}\} \quad (3)$$

ここで $S(T_r + \tau)$ は時刻 $t = T_r + \tau$ における航空機対の縦方向距離（図1）で次式で与えられる．

$$S(T_r + \tau) = \hat{S} + \epsilon_1 - \epsilon_2 + (v_1 - v_2)(T_r + \tau) \quad (4)$$

ただし， ϵ_1 と ϵ_2 は航空機の縦方向位置誤差， v_1

と v_2 は航空機 の速度誤差 , \hat{S} は時刻 $T_r + \tau$ における公称間隔で次式で表せる [2] .

$$\hat{S} = \hat{d}_2 - \hat{d}_1 - (\hat{V}_2 - \hat{V}_1)(T_r + \tau) \quad (5)$$

ここで , $\hat{d}_2 - \hat{d}_1$ は $t=0$ における公称間隔 , $\hat{V}_2 - \hat{V}_1$ は航空機対の公称の速度差である .

5. モンテカルロ法による LOP と V_{rx} の推定

平均相対水平速度 V_{rel} は次式で表わされる .

$$V_{rel} = \sqrt{V_{rx}^2 + V_{ry}^2} \quad (6)$$

V_{rx} は経路 (縦) 方向の速度成分 , V_{ry} は横方向の速度成分である .

$$V_{rel} \approx V_{rx} = E \left[|v_2 - v_1| \middle| S(T+\tau) \leq \lambda_{xy} \right] \quad (7)$$

ただし , $E[\cdot]$ は期待値を表す . 式(7)は一般に非常に複雑で解析的表現の導出が容易でない . このため , 本稿では , LOP($T_r + \tau$) と V_{rel} を推定するのにモンテカルロ法を用いる .

(4)式の誤差成分 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, v_1, v_2$ と \hat{S} は擬似乱数により発生させた ([付録 1] , [付録 2]) . そして , N_{trial} 個の $S(T_r + \tau)$ の擬似データを生成し , λ_{xy} と比較した . 縦方向重畳確率 LOP(T) の推定値 \overline{LOP} を次式で求めた .

$$\overline{LOP} = N_{coll} / N_{trial} \quad (8)$$

ここで , N_{coll} は $S(T_r + \tau) \leq \lambda_{xy}$ を満たす擬似データの個数 , N_{trial} は擬似データの総数である . 平均相対縦方向速度 V_{rx} の推定値 \overline{V}_{rx} は

$$\overline{V}_{rx} = \frac{1}{N_{coll}} \sum_{j=1}^{N_{coll}} |v_{2,j} - v_{1,j}| \quad (9)$$

で求めた . ここで , $v_{2,j} - v_{1,j}$ は縦方向で重なる $j (=1, 2, \dots, n)$ 番目の航空機対の相対速度である .

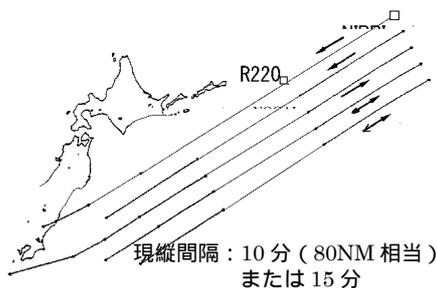


図 2 北太平洋ルートの構成例

6. 想定する航空路のモデル

6.1 対象とする航空路

北太平洋の洋上航空路 (図 2) で最も交通量の多い R220 を想定し , ここで ADS 使用時に ,

30NM の縦間隔を適用した場合を想定したシミュレーションとする .

6.2 誤差成分のモデル

(5)式で , $\hat{V}_2 > \hat{V}_1$ の (先行機より後続機が速い) 場合 , 管制官は $t=0$ の時点で , $t=T_r + \tau$ でも十分間隔が保持できるような間隔を設定する . 他方 , $\hat{V}_2 < \hat{V}_1$ の場合 , $t=0$ で最小間隔が保持されていれば , $t=T_r + \tau$ での間隔は拡大する . 従って , $\hat{V}_1 = \hat{V}_2$ の場合が最も厳しい . 本稿ではこの場合を想定する .

ADS の位置誤差 (速度誤差による) は , 現用システムのデータリンク処理装置 (DLP) からの抽出データより推定した分布 [5] に基づき (現行では $T_r=16$ 分) , 表 1 の両側指数 (Double Exponential : DE) 分布を仮定した . 位置 (航法) 誤差も DE 分布とし , パラメータは , 航法性能要件 (RNP)4 の航空機を想定し $\lambda=1.334$ ($=4/2.996$) NM とした .

\hat{S} の分布として表 1 の分布を用いた . これは , 洋上航空路 R220 での観測結果に基づく , 簡単なシミュレーションにより求めたもので , 30NM 縦間隔使用時の分布モデル [6] のパラメータを用いている .

表 1 仮定した誤差成分の分布

誤差成分	確率密度関数モデル	パラメータ
位置誤差 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$	両側指数 (DE) 分布 $f(\varepsilon) = (2\lambda)^{-1} \exp(- \varepsilon /\lambda)$	$\lambda = 1.334$ [NM]
ADS 誤差 (速度誤差) v_1, v_2	両側指数分布 $g(v) = \frac{\exp(- v-m /\lambda_v)}{2\lambda_v}$	$\lambda_v = 5.7$ [NM/hr] $m = -5.62$ [NM/hr]
公称間隔 \hat{S}	打ち切り型指数分布 $w(\hat{S}) = \frac{\exp[-(\hat{S}-S_m)/\mu]}{\mu[1-\exp(-L/\mu)]}$ for $S_m \leq \hat{S} \leq S_m + L$	$S_m = 30$ [NM] $\mu = 97.6$ [NM] $L = 299.37$ [NM]

S_m : 縦間隔基準に相当するモデルパラメータ

7. 衝突危険度 N_{ax} の計算

航空機の寸法は , 文献 [4] の値 ($\lambda_x = 0.036$ NM , $\lambda_y = 0.032$ NM , $\lambda_z = 0.010$ NM) を参考に , $\lambda_{xy} = \lambda_x = 0.036$ NM とした .

$P_y(0)$ は横方向航法誤差が DE 分布に従うとし、航法精度要件(RNP)値 (95% 含有率)を R として、

$$P_y(0) \approx 3\lambda_{xy} / (2R) \quad (10)$$

で計算した。なお、 $R=4 \text{ NM}$ 、 $\lambda_{xy}=0.036 \text{ NM}$ とし $P_y(0)=0.0135$ とした。垂直重畳確率は文献 [3]の値 $P_z(0)=0.41$ ($\lambda_z=0.010\text{NM}$) とした。

N_p は衝突に関与する時間あたりの航空機対の数で、次式で推定した。

$$N_p = \frac{n_{\text{pair}}}{\sum_{i=1}^n T_i} = \frac{n_{\text{pair}}}{n \cdot \bar{T}} \quad (11)$$

ここで、 n_{pair} は衝突に関与する航空機対の総数、 n はルートシステム内の航空機の総数、 T_i は i 番目の航空機の飛行時間、 $\bar{T} = \sum_{i=1}^n T_i / n$ は平均飛行時間である。ここでは (11) 式で $\bar{T} = T_r$ として計算する。衝突に関与するのは間隔が 330NM 以下とし、シミュレーションの結果 [6]を用いると、 $n_{\text{pair}}/n = 0.8$ となる。このとき、(1)式は次のようになる。

$$N_{\text{ax}} = 2 \cdot \frac{0.8}{T_r} \cdot \text{LOP}(T_r + \tau) P_y(0) P_z(0) \cdot \left[1 + \frac{|\bar{z}|}{2\lambda_z} \cdot \frac{\pi\lambda_{xy}}{2V_{\text{rel}}} \right] \dots (12)$$

計算では、 $|\bar{z}|=1.5 \text{ knots}$ とし、 T_r は前述の現用 ADS システムの値 16 分とした。

8. シミュレーションによる推定結果

8.1 モデル・パラメータの推定

表2に10試行についてのパラメータの推定結果を示す。シミュレーションはワークステーション (IBM RS/6000 series) 上で行なった。 $\tau=5$ 分のとき、 $N_{\text{trial}}=10^9$ 個の $S(T_r + \tau)$ のデータを発生させ、その結果から、 \bar{V}_{rx} と $\overline{\text{LOP}} = N_{\text{coll}}/N_{\text{trial}}$ を調べた。

図3には結果と併せて平均 (Mean) と標準偏差 (SD) を示す。SD/Mean の値は、 \bar{V}_{rx} では $1.84/81.8 = 0.0225$ 、 $\overline{\text{LOP}}$ では $1.1/7.6 = 0.144$ である。この例では、推定値の有効桁は、概ね、 \bar{V}_{rx} では 2 桁弱、LOP では 1 桁弱である。

表3には、 N_{trial} を増やし、 τ の値を0, 5, 10分と変化させた計算例を示す。 $\tau=5$ 分の場合、 $N_{\text{trial}}=6.77 \times 10^{10}$ のときの \bar{V}_{rx} と $\overline{\text{LOP}}$ の値は、 $N_{\text{trial}}=10^9$ のときの平均値と概ね一致する。 $\tau=0$ のときは N_{coll} が 219 と少なく、安定した推定には

$N_{\text{trial}} = 10^{11}$ でも十分でないことが窺える。計算時間は、走っているジョブ数にもよるが、 10^9 で数時間、 10^{10} で一日程度、 10^{11} では1週間程度を要する。

今後、推定パラメータや必要な N_{trial} と推定精度との関係を明らかにする必要がある。

表2 パラメータ推定結果の例

($S_m=30\text{NM}$, $\tau=5$ 分, $T_r=16$ 分, $RNP4$, $N_{\text{trial}}=10^9$)

試行	N_{coll}	\bar{V}_{rx} [knots]	$\overline{\text{LOP}}$ (= $N_{\text{coll}}/N_{\text{trial}}$)
1	59	81.261	5.9×10^{-8}
2	87	83.139	8.7×10^{-8}
3	69	82.572	6.9×10^{-8}
4	78	81.252	7.8×10^{-8}
5	74	80.401	7.4×10^{-8}
6	73	81.899	7.3×10^{-8}
7	80	84.88	8.0×10^{-8}
8	99	80.900	9.9×10^{-8}
9	69	78.272	6.9×10^{-8}
10	75	83.506	7.5×10^{-8}

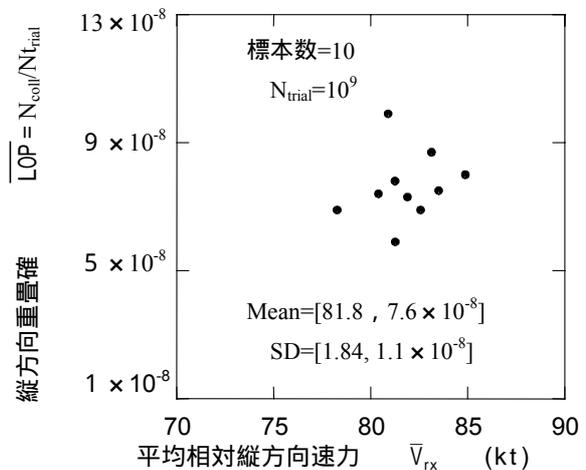


図3 10回のパラメータ推定結果

表3 パラメータと N_{ax} の推定値 ($T_r=16$ 分).

遅延時間 τ [分]	0	5	10
\bar{V}_{rx} [knots]	84.7	82.35	73.02
N_{coll}	219	5000	5000
N_{trial}	10^{11}	6.77×10^{10}	5.29×10^9
$\overline{\text{LOP}}$	2.2×10^{-9}	7.39×10^{-8}	9.45×10^{-7}
N_{ax} [件/時]	7.7×10^{-11}	2.58×10^{-9}	2.32×10^{-8}

8.2 衝突危険度の推定結果

表3には、併せて、(12)式で求めた衝突危険度 N_{ax} を示した。これは、北太平洋でADS使用時に、RNP4の航法精度を有する航空機に30NM間隔を適用した場合の危険度に相当する。

N_{ax} は国際民間航空機関 (ICAO) の目標安全度 (TLS: $= 5 \times 10^{-9}$ [件/時]) 以下にする事が必要とされる。 $\tau=0$ と5分のときはTLSを満たすが、 $\tau=10$ 分では満たさないことがわかる。

今回、仮定した $w(\hat{S})$ の分布は悲観的なシミュレーション結果に基づいており、危険度を過大評価していると思われる。従って、当該空域での衝突危険度の厳密な推定には、仮定した分布モデルの再検討が必要と考える。

9. むすび

ADS環境下で、30NMの縦間隔をRNP4の航法精度の航空機に対して適用した場合を想定し、モンテカルロ法により、衝突危険度モデルのパラメータのうち、縦方向重畳確率と平均相対縦方向速度を推定してみた。

その結果、縦方向の衝突危険度の推定値が求まるようになった。そして、想定した場合は、 $\tau=16$ 分、 $\tau=5$ 分では目標安全度を満たすことがわかった。

当然ながら、小さな発生確率の事象をモンテカルロ法で調べるには試行回数が膨大となり、計算時間が長くなる。このため、速度を増大させる手法の開発が必要と思われる。

今後、この手法に加えて、解析的に真値が求まる場合につきモンテカルロ法による推定値と比較し推定精度を検討してみたい。

[謝辞] 本研究を進めるにあたり、有益な示唆を戴いたD. Anderson博士と、計算機プログラム作成にご助力戴いた当所の天井治主任研究員に感謝する。

参考文献

- [1] Reich, P.G., Analysis of Long-Range Air Traffic Systems-Separation Standards I, II& III, Journal of the Institute of Navigation, Vol.19, Nos.1, 2, &3,1966.
- [2] Anderson, D., A General Collision Risk Model for Distance-Based Separation on Intersecting

- and Coincident Tracks, ICAO SASP-WG/A-WP/21, Madrid, May, 2001.
- [3] Nagaoka, S., Amai, O. & Takahashi, M., A Safety Assessment Trial of an Oceanic Air Route System in the North Pacific, 9th World Congress of Int'l Association of Institutes of Navigation, Amsterdam, Nov. 1997.
- [4] Amai, O. and Nagaoka, S., Recent Collision Risk Model Parameters of the North Pacific Routes, ICAO RGCSP-WG/A-WP/15, St. Petersburg, 17-28 May, 1999.
- [5] Kodo, T., Nagaoka, S. & Amai, O., Analysis of Prediction Error of an ADS, ICAO SASP-WG/WHL/1-WP/33, Canberra, May 2002.
- [6] Nagaoka, S., Sumiya, M. & Amai, O., Modeling the Distribution of Distance Separation between the Successive Aircraft on a NOPAC Route, ICAO SASP-WG/WHL/1-WP/32, Canberra, May, 2002.
- [7] Nagaoka, S., Amai, O. and Sumiya, M., Preliminary Collision Risk Analysis for Evaluating the Feasibility of a 50 NM Longitudinal Separation in a NOPAC Route in ADS Environments, ICAO SASP-WG/WHL/1-WP/31, Canberra, May, 2002.
- [8] Nagaoka, S., Amai, O. and Sumiya, M., A Collision Risk for Identical Tracks in the North Pacific Oceanic Airspace Based on a Monte Carlo Simulation, ICAO SASP-WG/WHL/2-WP/22, Montreal, Oct-Nov., 2002

[付録1] DE分布の発生

DE分布の分布関数は次のようになる。

$$F(x) = \begin{cases} (1/2) \exp(x/\lambda) & \text{for } x < 0 \\ 1 - (1/2) \exp(-x/\lambda) & \text{for } x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{a-1})$$

$F \equiv F(x)$ に区間(0,1)の擬似一様乱数を用いて、次式によりDE分布に従う擬似乱数 x を生成した。

$$x = \begin{cases} \lambda \ln[2F] & \text{for } 0 \leq F \leq 1/2 \\ -\lambda \cdot \ln[2(1-F)] & \text{for } 1/2 \leq F < 1 \end{cases} \quad (\text{a-2}).$$

[付録2] 打ち切り型指数分布の発生

この分布関数は、 $S_m \leq x \leq S_m + L$ の範囲で、次式で表せる。

$$F(x) = \frac{1 - \exp[-(x - S_m)/\mu]}{1 - \exp(-L/\mu)} \quad (\text{a-3}).$$

x について解くと次式を得る。

$$x = S_m - \mu \cdot \ln[1 - (1 - \exp(-L/\mu))F(x)] \quad (\text{a-4}).$$

ここで、 $F(x)$ に(0,1)の一様乱数を用いれば x は所望の分布に従う。