

12. RNP-RNAV 平行経路における横方向重畳確率

電子航法開発部 ※長岡 栄

1. まえがき

航空機がある空域を飛行するのに必要な航法性能の要件を航法性能要件（Required Navigation Performance:RNP）という。広域航法（Area Navigation:RNAV）飛行を前提としたRNPにRNP-RNAV⁽¹⁾がある。これは、従来のRNPの航法精度要件⁽²⁾⁽³⁾であるRNP値（横方向経路逸脱量の95%（飛行時間の）含有幅の値）に加えて、完全性（システムが航法に使用すべきでないとき利用者に適時に警報を発する能力）などの信頼性の要件を含めている。

RNP-RNAVでは、RNP値に加えて、その値の2倍の閾値（含有限界（containment limit）とよぶ）を設定する。航空機側では経路逸脱量がこの閾値を超えると警報を発出する。これにより、警報無しに閾値の外側に出る確率を 10^{-5} 未満とするように航空機の基準が設定される。このため、横方向経路逸脱量の大幅な軽減が期待されている。このRNP-RNAVの承認を受けた航空機に対し、どの程度の平行経路間隔が必要かを安全性の観点から検討することが望まれている。

こうした検討には、普通には、衝突危険度による安全性評価手法⁽⁴⁾を用いる。この評価には衝突危険度モデルの主要パラメータである横方向重畳確率の推定が必要である。RNP-RNAV経路については、横方向重畳確率に関する研究報告例は見あたらない。

そこで、本報告では、幾つかの仮定の下で、RNP-RNAV機に対する横方向重畳確率の推定方法を検討する。

2. RNP-RNAV

2.1 RNP-RNAV の概念

広域航法（RNAV）は自律航法装置の能力の限界内もしくは局を参照する航法援助装置の覆域内で、所望の飛行経路上の航空機運航を許容

する航法である。航法性能要件はある空域内の運航に必要な航法精度の記述である。

RNP-RNAVはRTCA文書⁽¹⁾中の要件を満たす広域航法のための航法性能を含めた能力を記述する術語である。

2.2 完全性の要件

RNPタイプは、航法誤差（例えば横方向経路逸脱量）の分布の95%（飛行時間の）区間幅に関する記述である。RNP10とは、区間 $[-10, 10]$ NMの含有率が95%（以上）である航法精度を意味する。つまり区間 $[-R, R]$ 内の含有率が95%であるような航法性能をRNP-Rと称している。以下、本論文では、この95%含有区間値RをRNP値と呼ぶことにする。

RNP-RNAVでは、図1のように、この精度の要件に加え、航空機の航法誤差が警報がないままRNP値Rの2倍の含有限界を超える確率を 10^{-5} 未満としている。

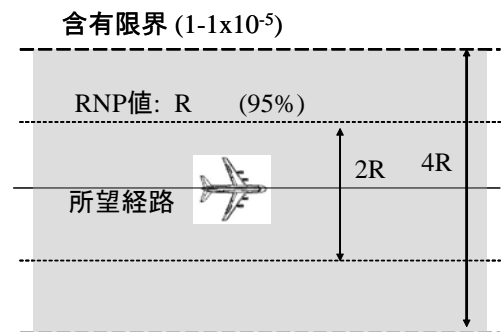


図1 含有限界の概念

図2には事象の発生確率を示す。2つの含有率に関係した要件を示す。TSEは総合システム誤差（真位置と所望位置との差）で経路からの横方向逸脱量に相当する。2Rは含有限界値である。図2で各事象は以下のとおりである。

- E1 : $|TSE| < 2R$ かつ RNP 能力喪失警報なし。
- E2 : $|TSE| > 2R$ かつ RNP 能力喪失警報なし。
- E3 : RNP 能力喪失警報あり。

E2 の事象の生起確率を $10^{-5}/hr$ 未満とする要件は含有限界完全性、E3 の事象の生起確率を $10^{-4}/hr$ 未満とする要件を含有限界連続性と呼ぶ。

こうした、連続性、完全性などの要件を満たす航空機が運航された場合、横方向逸脱量の分布が従来とは異なることが予想される。含有限界での警報により、パイロットは経路への復帰操作をすることになり、含有限界を超える大きな逸脱量の発生頻度は事象 E2 の発生頻度程度になることが期待できる。そこで、本報告では、 $|TSE| \geq 2R$ となる確率を 10^{-5} と仮定し、経路間隔が S_y の平行経路を想定し、RNP-RNAV 機が運航する場合の横方向重畳確率を試算してみる。

E1 $ TSE < 2R$ & RNP能力喪失警報なし	E2 $ TSE > 2R$ & RNP能力喪失警報なし Pr[E2] < $10^{-5}/hr$
E3 RNP能力喪失警報 Pr[E3] < $10^{-4}/hr$	

図2 各事象の発生確率⁽¹⁾

3. 横方向逸脱量の分布モデル

3.1 確率密度関数モデル

3.1.1 分布モデルの条件

RNP-RNAV機の横方向経路逸脱量 X の確率密度関数(pdf)を $f(x)$ とする。これは、RNP値を R とすると次式を満たす。

$$\int_{-R}^R f(x) dx = 0.95 \quad (1)$$

含有限界の完全性要件に従い、 $|x| > 2R$ となる確率を 10^{-5} と仮定すると

$$\int_{-2R}^{2R} f(x) dx = 1 - 10^{-5} \quad (2)$$

を満たす。また $f(x)$ はpdfなので

$$\int_{|x| \geq 2R} f(x) dx = 10^{-5} \quad (3)$$

を満たさねばならない。

RNP-RNAVの要件から、確率密度関数 $f(x)$ の満たすべき条件は上記の(1)、(2)、(3)式である。 $f(x)$ の形状についてはRTCAの文書には何の記述もない。そこで、何らかの分布形を想定する必要がある。

3.1.2 正規分布型モデル

正規分布では、標準偏差を σ として、 $[-2\sigma, 2\sigma]$ の含有率は $1 - 0.0455 = 0.9545$ で約95%になる。区間 $[-R, R]$ 内の含有率が95%になるのは $R = 1.960\sigma$ のときである。また、区間 $[-4\sigma, 4\sigma]$ 内の含有率は $1 - 6.33 \times 10^{-5}$ である。(2)式の条件では $[-2R, 2R]$ 内に $1 - 1.0 \times 10^{-5}$ で、 $R \approx 2\sigma$ で正規分布を仮定すれば、ほぼこの条件を満足できる。また、正常時の誤差の分布として正規分布は一般的である。以上の理由により、 $|x| < 2R$ の領域では正規分布型の分布を仮定する。

3.1.3 裾部の分布モデル

問題は $|x| \geq 2R$ の領域（以後、裾部とよぶ）の分布である。RNP-RNAV機では含有限界を超えるとパイロットに警報が出るので、含有限界内に戻す行為があるはずである。これにより限界値 $X = 2R$ を大きく超える誤差の出現頻度は減るものとする。

裾部の分布モデルとして、よく用いられるのは両側指数(Double Exponential:DE)分布である。これは、指数関数的に無限に減少する関数である。

RNP-RNAV機の経路逸脱量が $|x| \geq 2R$ の領域でどのような分布になるかは、実データがないため、以下の仮定の下に検討する。

- ① 確率密度が $|x|$ の増大とともに減少または一定の関数。
- ② 左右対称な関数。

上記の条件を満たす関数として次の両側指数分布と一様分布の場合を考察する。

(a) 両側指数分布

$$f(x) = (2\lambda)^{-1} \exp(-|x|/\lambda) \quad \text{for } |x| \geq 2R \quad (4)$$

(b) 一様分布

$$f(x) = 10^{-5} / (2L) \quad \text{for } 2R \leq |x| \leq 2R + L \quad (5)$$

3.2 確率密度関数 $f(x)$ のモデル

3.2.1 DE裾部分布のモデル

含有限界値 $2R$ を境にして中心部は正規分布型（正規分布の確率密度関数に定数 α を

乗じたもの）、裾部は両側指数（DE）分布に従うものとし、次式を仮定した。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) & \text{for } |x| \leq 2R \\ \frac{1}{2\lambda} \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda}\right) & \text{for } |x| > 2R \end{cases} \quad \cdot (6)$$

ここで、 σ 、 λ 、 α は正のパラメータである。 α は(1)式、(2)式、および(3)式の条件を同時に満たすべく導入した係数である。上記の条件を満たす連立方程式の解をMATHCADによる数値計算で求めると、 $\alpha=1.0000791$ 、 $\sigma=R/1.9593214$ 、 $\lambda=2R/(5\ln(10))=0.1737R$ となった。図3にこの正規分布とDE分布の密度関数を示す。

3.2.2 一様裾部分布のモデル

前節では裾部をDE分布としたが、ここでは一様分布を用いる。片側の裾の幅をLとすると、裾部の確率密度は $10^{-5}/(2L)$ でなければならない。従って、このpdfは次式で与えられる。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) & \text{for } |x| \leq 2R \\ \frac{10^{-5}}{2L} & \text{for } |x| > 2R \end{cases} \quad (7)$$

ただし、 $\alpha=1.0000791$ 、 $\sigma=R/1.9593214$ である。

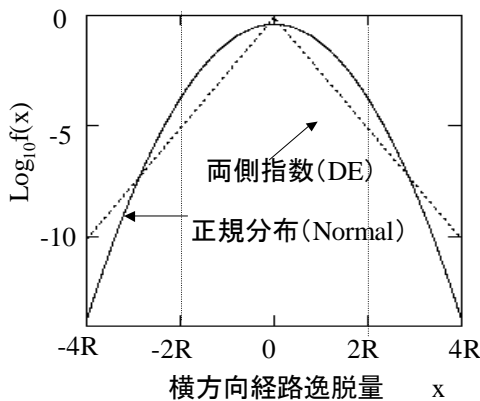


図3 正規分布と両側指数分布の形状

4. 横方向重畳確率

飛行経路（航空路）の中心線が S_y だけ離れた平行経路上を同一高度で飛行する航空機対が重なる確率（横方向重畳確率 $P_y(S_y)$ ）は、航

空機の平均幅を λ_y として、次式で与えられる。

$$P_y(S_y) = \int_{S_y-\lambda_y}^{S_y+\lambda_y} C(z) dz \approx 2\lambda_y C(S_y) \quad (8)$$

ただし、

$$C(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)f(x-z) dx \quad (9)$$

は重畳確率密度関数である。

以後、平行経路の間隔 S_y は、両経路を飛行する航空機の含有限界が重ならないよう、含有限界幅（ $=4R$ ）以上とする。 $S_y=4R+d$ とし、含有限界間の距離（バッファ幅と呼ぶ） $d \geq 0$ とする。なお、航空機の横幅 $\lambda_y=0.0321\text{NM}(=59\text{m})$ とする。

4.1 DE型裾部の分布モデルの場合

図4は、経路間隔 z のとき、経路上を飛行しようとする航空機の横方向経路逸脱量の裾部にDEモデルを用いたときの確率密度分布である。経路間隔は $z(=S_y)$ 、バッファ幅は d である。

(6)式を(9)式に代入し、 $z \geq 4R$ に対して、重畳確率密度関数 $C(z)$ を求めると次式を得る。

$$C(z) = \frac{\exp(-z/\lambda)}{2\lambda} \times \left\{ \frac{2\alpha}{1} \left[\Phi\left(\frac{\sigma}{\lambda} + \frac{2R}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\sigma}{\lambda} - \frac{2R}{\sigma}\right) \right] \exp\left(\frac{\sigma^2}{2\lambda^2}\right) + \frac{(z-4R)}{2\lambda} + \frac{\exp(-4R/\lambda)}{2} \right\} \dots (10)$$

ただし、 $\Phi(x)$ は次のとおりである。

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x (2\pi)^{-1/2} \exp(-t^2/2) dt \quad (11)$$

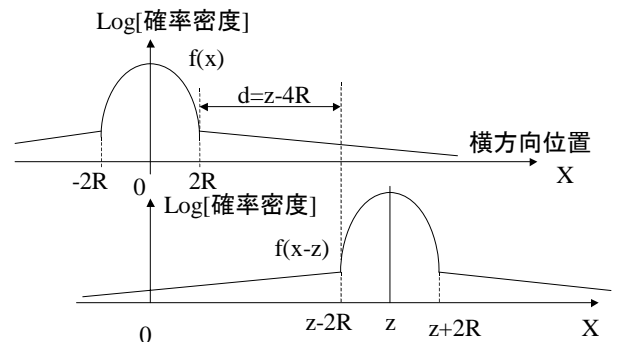


図4 DE裾部モデルのときの航空機の存在位置の確率密度分布

4.2 一様型裾部分布モデルの場合

裾部が一様分布の場合、図 5-a、図 5-b、図 5-c に示すように、裾部の長さにより 3 つの場合がある。

図 5-a は内側の裾部同士が重なる場合、図 5-b は内側の裾部が相手機を中心部の一部と重なる場合、そして、図 5-c は裾の部分のみならず外側の裾部とも重なる場合である。このとき、 $f(x)$ の畳み込み積分 $C(z)$ は次のようになる。

$$C(z) = \begin{cases} \frac{C^2(-z+2L+4R)}{L^2} & \text{for } d/2 \leq L \leq d \\ \frac{C^2(z-4R)}{L^2} + 2\alpha \frac{C}{L} \left[\Phi\left(\frac{2R}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{z-2R-L}{\sigma}\right) \right] & \text{for } d \leq L \leq d+4R \\ \frac{C^2(-z+2L-4R)}{L^2} + 2\alpha \frac{C}{L} \left[\Phi\left(\frac{2R}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{2R}{\sigma}\right) \right] & \text{for } L \geq d+4R \end{cases} \dots (12)$$

ただし

$$d = z - 4R \quad (13)$$

$$C = 10^{-5}/2 \quad (14)$$

である。 d はバッファ幅、 $z = S_y$ は経路間の間隔である。

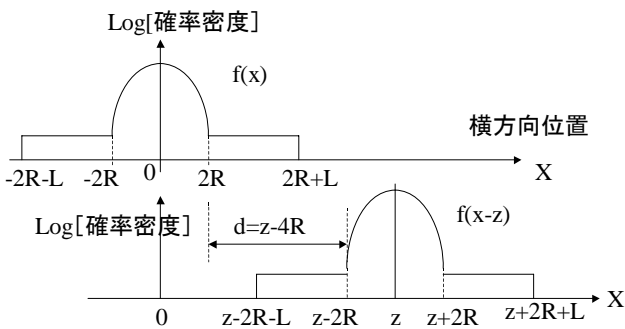


図 5-a 裾部のみが重なる場合。 $(d/2) \leq L \leq d$, $d > 0$ 。

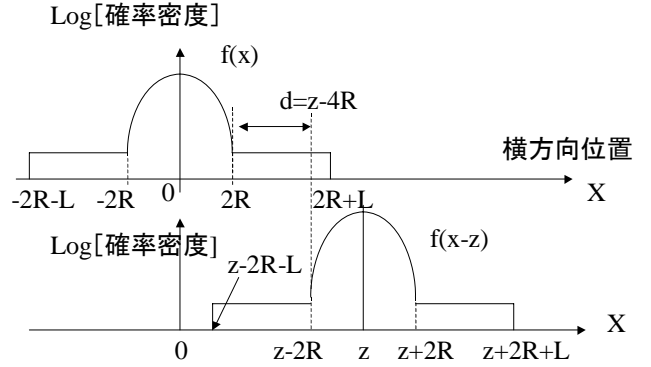


図 5-b 一方の裾部が他方を中心部と一部重なる場合。 $d \leq L \leq d+4R$, $d > 0$ 。

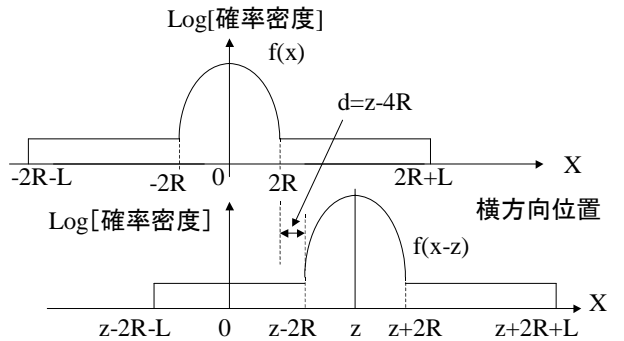


図 5-c 裾部が他方を中心部を越えて重なる場合。 $L \geq d+4R$, $d > 0$ 。

5. 計算結果

5.1 裾部が DE 分布の場合

図 6 に RNP 値 R が 1、2、4NM のときの横方向重畳確率 $P_y(S_y)$ の (10) 式による計算値をプロットした。横軸はバッファ幅 d を R で正規化した係数 $K (= d/R)$ で示してある。因みに $K=1$ は $d=R$ のときで、 $S_y = d+4R = 5R$ 、すなわち、経路間隔が RNP 値の 5 倍のときである。横方向重畳確率は、 λ が R に比例するため、 R とともに減少する。

図 7 は d と横方向重畳確率との関係である。

これらから分かるように、バッファ幅を大きく取れば当然ながら横方向重畳確率は減少する。 $d=0$ における値と、この分布の傾きは λ の値により定まる。因みに図 6 の直線の傾きは $1/(0.1737 \times \ln 10)$ となる。

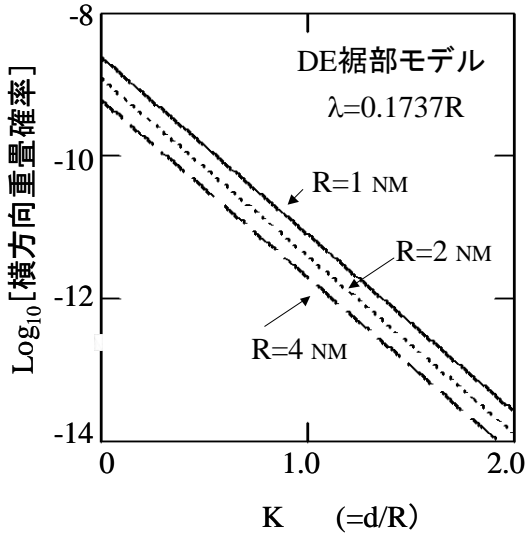


図6 正規化したバッファ幅 $K(=d/R)$ と横方向重畳確率の関係 (DE 裾部モデル)

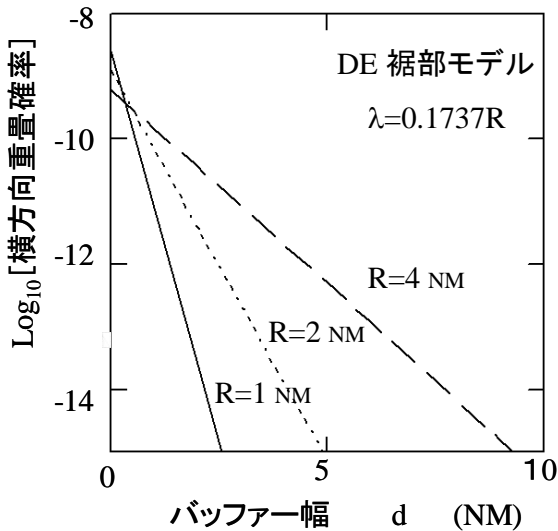


図7 バッファ幅 d と横方向重畳確率の関係 (DE 裾部モデル)

5.2 裾部が一様分布の場合

この場合、裾部の重なり方により図5-a、図5-bそして図5-cの三つのモードがある。夫々、Mode 1 ($L \leq d \leq 2L$)、Mode 2 ($L-4R \leq d \leq L$)、Mode 3 ($0 \leq d \leq L-4R$) と呼ぶことにする。

横方向重畳確率 $P_y(S_y)$ は、(12)式の $C(S_y)$ を用いて、 $2\lambda_y C(S_y)$ で近似した ($\lambda_y=0.0321\text{NM}$)。図8に $L=4R, R=1\text{NM}$ のときの d と $P_y(S_y)$ の関係を示す。 $P_y(S_y)$ が最大となるのは Mode 3 で、 $d=0$ のときである。なお、この例では $d=0$ は Mode 2 と

Mode 3 の境界でもある。

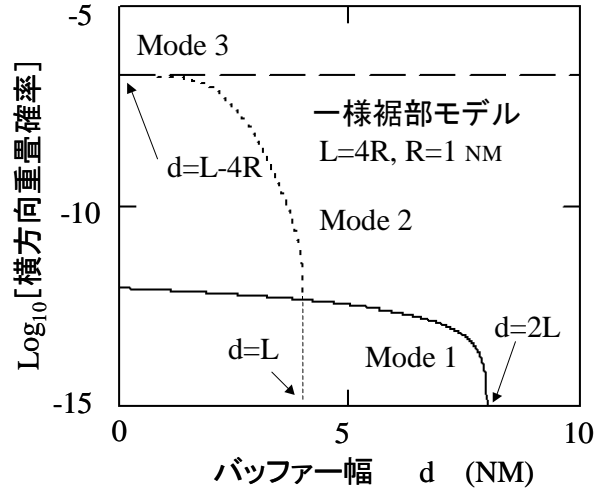


図8 モードの違いによるバッファ幅 d と横方向重畳確率 (一様裾部モデル)

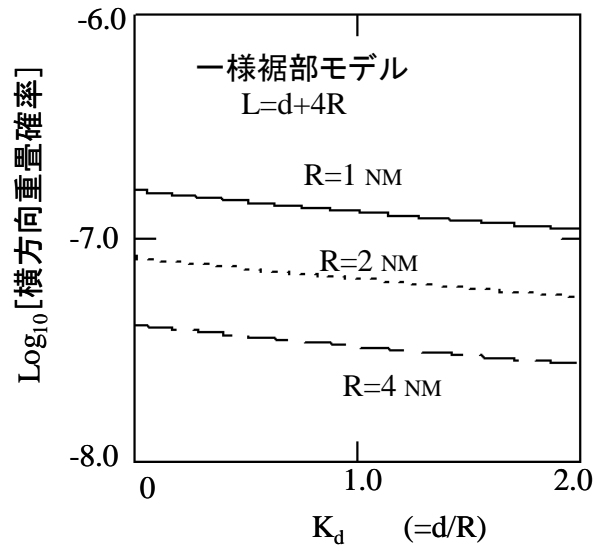


図9 正規化したバッファ幅 $K(=d/R)$ と横方向重畳確率の関係 (一様裾部モデル)

図9には、裾部長 L が経路間隔 $S_y(=d+4R)$ に等しいときの、 d を R で正規化した係数 $K_d(=d/R)$ と $P_y(S_y)$ の関係を示す。図10は横軸を d としたときの $P_y(S_y)$ の計算値である。

これらに見るように、裾部が隣接経路の中心部を蔽う一様分布 ($L=S_y=4R+d$) を仮定したとき重畳確率が最大で、ほぼ一定の値となる。この値は、次式で近似できる。

$$P_y(S_y) \cong 4\lambda_y C/L = 6.42 \times 10^{-7} / S_y \quad (15)$$

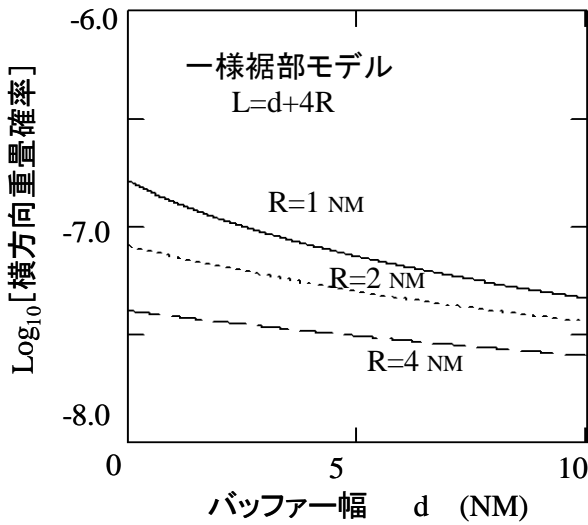


図10 バッファ幅 d と横方向重畳確率の関係（一様裾部モデル）

6. 考察

横方向重畳確率は裾部の分布モデルの形状に依存する。本論文で仮定した一様裾部モデルは、最も保守的（大きめな推定をするという意味）なモデルの一つと考える。大きな逸脱の出現頻度が含有限界近傍と、経路の反対側の領域と同じと仮定するのは非現実的ではあるが、推定値の上限の目安と考えることはできる。

一方、両側指数 (DE) 型の裾部の分布モデルは、一様分布モデルに比べて、小さな横方向重畳確率を与えるが、これも、 λ などのパラメータの選び方により異なる。DE 型のモデルでもパラメータ数を増やせば、本論文で考察したモデルの中間の領域を表現することも可能と考える。

本論文での議論は仮定の下での議論であり、今後、航空機側の情報や、実測データなどに基づくモデルの妥当性の検証が必要と考える。

7. むすび

RNP-RNAV 機の航法性能要件をパラメータとする横方向経路逸脱量分布の確率密度関数モデルを提案した。一つは裾部（含有限界の外側）の分布が両側指数 (DE) 分布、もう一つは一様

分布に従う場合である。各モデルについて横方向重畳確率を計算する理論式を導出し、これを用いて MATHCAD により数値計算を行った。この結果、次のことがわかった。

1) 経路間隔 S_y を含有限界幅 (4R) + バッファ幅 (d) としたとき、各 RNP 値 R に対して、d と横方向重畳確率 $P_y(S_y)$ との関係が明らかになった。

2) 裾部長 L の一様分布に対する $P_y(S_y)$ の近似式が得られた。

本論文の方法により、所与の仮定が満たされる場合、衝突危険度の算出に必要な横方向重畳確率を推定できる。その結果、RNP-RNAV の経路間隔の安全性評価が可能になる。

今後の課題としては、裾部の分布が DE 分布と一様分布の間にあるような場合についての検討がある。

謝辞

本研究課題を提供していただいた国土交通省航空局管制保安部の今若善紀氏に謝意を表する。

参考文献

- (1) Minimum Aviation System Performance Standards: Required Navigation Performance for Area Navigation, RTCA DO-236A, RTCA Inc., Sept. 13, 2000
- (2) Manual on Required Navigation Performance (RNP), Second Edition, ICAO Doc 9613-AN/937, 1999
- (3) 長岡 栄, “航法性能要件 (RNP) について”, 電波広報研究会誌「電波航法」, No. 40, pp. 28-35, 1997
- (4) Manual on Airspace Planning Methodology for Determination of Separation Minima, ICAO Doc 9689-AN/953, 1998