

CDMA における制御チャンネルのない発信方式

管制システム部

金田 直樹, 塩見 格一

1 はじめに

CDMA 方式は周波数利用効率に優れ, マルチパスに強く, 通信路容量の割り当てが柔軟に行えるなどの特徴を持ち, その利点から近年, CDMA 方式による移動体通信が増加している. 例えば通信路容量の割り当てが柔軟であることには設計段階で回線数が限定されないという利点がある. 具体的に言えば, 通信速度を通常の $1/2$ に減らすことで通常の 2 倍の回線数を用意することができ, また逆に, 回線数を $1/3$ にすることで通信速度を通常の 3 倍の速さにすることができる.

昨年, 我々はこのような利点を持つ CDMA 方式を航空分野に適用するために遭難通信, 緊急通信, 安全通信及び非常通信を優先するための方式を発表した. この方式を実際実現するためにはいくつかの問題点が存在したが, 本発表はそれらの問題点を解決する方法を提案する. また副次的な成果として, 本発表で提案する方式は緊急通信等以外にも適用可能であり, 例として制御チャンネルのない発信方式を提案する.

2 準備

多数の無線局を, FDMA (Frequency Division Multiple Access, 周波数分割多元接続) では周波数により, TDMA (Time Division Multiple Access, 時分割多元接続) では時間により, そして CDMA (Code Division Multiple Access, 符号分割多元接続) では符号により, それぞれ区別する.

CDMA にはいくつかの方法があるが, 以下, CDMA について言及するときは, 特に断りのない限り, 多くのシステムで使用されている直接拡散方式 (Direct Sequence CDMA, DS-CDMA) について議論する. 周波数ホッピング方式 (Frequency Hopping, FH) について記述する場合はその旨記述する.

以下, 簡単のため, n 個の移動局 ($n \leq 2$) と 1 個の基地局からなるシステム構成を考える. i 番目 ($1 \leq i \leq n$) の移動局を移動局 i , システム内にあるただ 1 つの基地局を基地局 0 と記す. また, 特に断らない限り, 制

御を行う 1 つの基地局と複数の移動局により構成されたシステムを考えることとする. 複数の基地局がある場合については後述する.

ここでは, 電波法第五十六条 [9] に定める遭難通信, 緊急通信, 非常通信, 及び安全通信を, 以下「緊急通信等」と呼ぶ.

3 制御チャンネルを用いた発信方式

標準的に用いられている MCA (Multi Channel Access) 方式における通信開始手順の概略を以下に示す.

- (1) 移動局 1 は制御チャンネルを使い, 基地局 0 を呼び出す.
- (2) 基地局 0 は空いているチャンネルを調べる. ここで, チャンネル j が空いているとする. 空きチャンネルが存在しなければ, 移動局 1 の呼び出しを拒否して終了する.
- (3) 基地局 0 は空いているチャンネル j で受信する準備を整え, 移動局 1 にチャンネル j に移動するよう指示を出す.
- (4) 移動局 1 はチャンネル j に切り替え, 基地局と通信を開始する.

以上の手順は FDMA についてのものであるが, 「チャンネル」を「タイムスロット」と言い換えれば TDMA に, 「符号」と言い換えれば CDMA に, そのまま適用できる. この手順において本質的なのは, 通常の通信に使用しない通信回線 (ここでは制御チャンネル) を用意し, そのチャンネルを使用して通信開始手順を行うことである. これにより, すべてのチャンネルが使用されていたとしても, 通信開始手順が正常に作動することが保証される.

4 CDMA による緊急通信等発信

4.1 遠近問題

遠近問題は, CDMA に特有の問題である. FDMA の場合, 異なる移動局は同一周波数で送信を行わない. TDMA の場合, 異なる移動局は同時に送信しない. し

かし、CDMA の場合、すべての移動局が同一周波数で同時に送信を行う。そのため、基地局の受信機は、近くの移動局からの強い信号と遠くの移動局からの弱い信号を同時に受信すると、前者の影響により後者の情報を失ってしまう。これが遠近問題の概略である。

遠近問題を回避する方法として、フィードバックループにより信号強度を揃えるパワーコントロール [3] と、衛星を基地局とすることで基地局と移動局間の距離の極端な差をなくす方法の 2 種類が知られている。前者は携帯電話、後者は GPS [1] において使用されている。

4.2 従来の緊急通信等発信方式

従来の優先制御はある特定の周波数、ある特定のタイムスロット、又はある特定の符号を優先通信のために予約しておくか、MCA 方式を利用しているシステムの場合に制御チャンネルを用いて優先通信開始要求信号を送るものであった。前者の例としては、通常通信に使用してはならない非常通信周波数の設定による緊急通信等の優先があり、いくつかの局は非常通信周波数の聴取義務を課せられている [9]。

周波数帯域として割り当てられている通信路容量は、FDMA なら周波数で、TDMA なら時間で、CDMA なら符号で区切って使用している。3 者とも、その一部を通常通信に使用しないことにより優先通信を実現している。これは有限な資源である周波数の有効活用という点において非効率であると考えられる。以下、この問題を解決する方式を提案する。

4.3 CDMA による緊急通信等発信方式

基地局 0 が移動局 1、移動局 2、...、移動局 n と通常通信を行っている状態を考える。遠近問題は前述の方法により解決済みとする。

移動局 1 は緊急通信等を発信するために移動局 1 からの電界強度を増加させることにより緊急通信等を発信する。これは空中線電力や空中線利得を増加させることにより行うことができる。

遠近問題として知られる CDMA の特性から、移動局 1 だけからの電界強度が強くなると、基地局は他の局からの信号を復調できなくなる。このとき、基地局 0 は移動局 1 以外の移動局が存在しないのと同様の状態になる。このようにして移動局 1 は基地局 0 に対する、周波数割り当てとして与えられた全ての通信

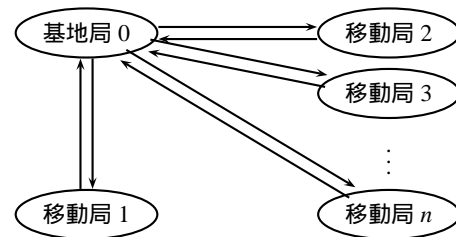


図 1: 通常通信時

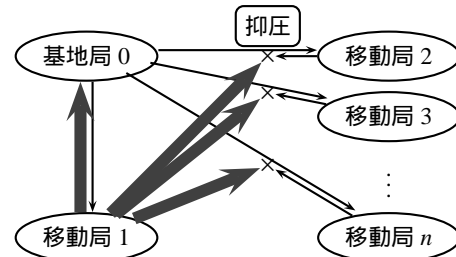


図 2: 移動局 1 が緊急通信等を発信 : 太線は強い電波を示す

路容量を使用可能な独占的通信路を確立することができる。

4.4 緊急通信等発信方式の利点

以上の提案方式の利点としては以下の 5 つが挙げられる。

- (1) 通常通信に使わない周波数、タイムスロット、及び符号を緊急通信等のために常時確保する必要がない。
- (2) 緊急通信等を行う時の通信速度設定は柔軟である。
- (3) セルラー方式の場合、緊急通信等を発信している局から遠くにあるセルに影響が及ばない。
- (4) 小規模な改修により実装可能である。
- (5) 非常通信周波数の聴取義務はもはや必要でない。

4.5 緊急通信等発信方式の問題点

上記の提案方式には問題点もある。一つは法令上の問題点である。この方式は故意に他局の通信へ干渉を発生させるため、緊急通信等以外の用途に使用することはできない。この問題は、提案方式を逆に緊急通信等を発信する方式と捉えることにより解消するが、優先通信方式としての汎用性は失われる。また、許可された空中線電力を越えることが許されるのは航空機及び船舶が遭難通信を発信するときだけである。以上の制限を表にまとめると表 1 のようになる [9]。

別の問題点として、空中線出力を増大させたり、空

	過大出力	他局に干渉
遭難通信	○	○
緊急, 安全, 非常通信	×	○
通常通信	×	×

表 1: 電波法の許す範囲: ○は許される項目, ×は許されない項目を示す.

中線利得を大きく変化させることは実際上困難である場合が多い. 例えば空中線利得を大きくするためにはビームを絞る必要があるが, 高速移動体である航空機が基地局にスポットビームを向け続けるのはフェーズドアレイアンテナを使用したとしても容易ではない.

本論は, 空中線出力や空中線利得を変化させることなく, また, 他局に干渉せずに基地局へ優先通信を発信する方法について述べる.

5 CDMA による優先通信方式

5.1 今回提案する方式のアイデア

CDMA はスペクトラム拡散方式と同様, スペクトルを拡散しており, そのため電力スペクトル密度 (Power Spectrum Density) が小さい.

今回の提案においては, 移動局 1 が優先通信を発信するためには, 電力スペクトル密度が大きく, 帯域幅の狭い電波を発信することにより行うこととする. 周波数 f を横軸, 電力スペクトル密度 p を縦軸として, このときの状況を表したものを図 3 に示す.

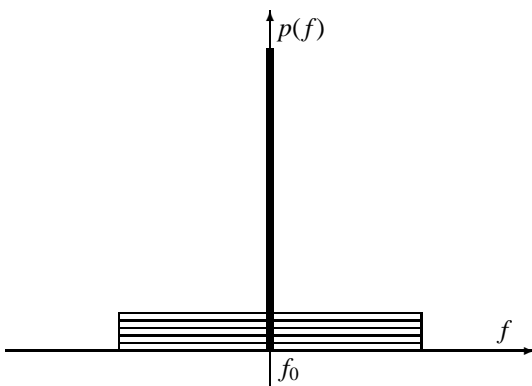


図 3: CDMA による通常通信と帯域幅の小さな通信の重畳

図 3 において, スペクトルを拡散している CDMA

による通信と帯域幅が狭い通信の電界強度は同じである. これは図 3 においては面積が等しいことで表されている. このとき, 基地局において f_0 付近のみをバンドパスフィルタにより選択して受信する受信機を通常の受信機とは別に用意することにより, f_0 付近の帯域でのみで送信される電波の有無は容易に判別可能である. これがこの提案の基本的なアイデアである.

以前の方式は, 電界強度を大きくすることにより, 遠近効果を利用して優先通信を実現していた. ここで, 電界強度を大きくするのに必ずしも出力を大きくする必要はない. なぜなら, アンテナ利得を変化させることができれば電界強度を大きくできるからである.

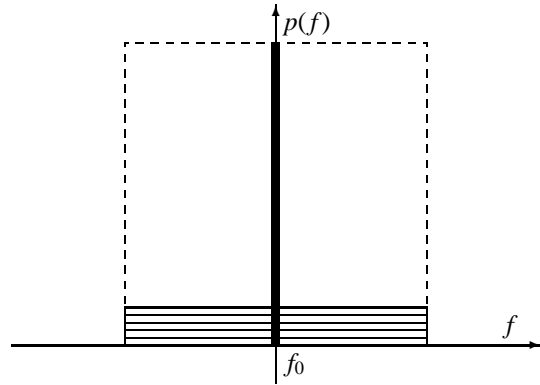


図 4: 以前提案した方式との比較 (点線は以前提案した方式のスペクトルを表す)

しかし, 他の通信と明確に区別する方法として, 大きな電界強度により他の通信をすべて覆い隠すのではなく, 帯域幅を狭くすることにより, 出力は同じでも電力スペクトル密度を高くすることで, 基地局に情報を伝達できればそれで十分である, ということが今回の提案の本質である. 以前提案した方式と比較したスペクトルを図 4 に示す.

送信機の出力が同じであっても, 帯域幅が狭い電波の方が電力スペクトル密度は大きく, スペクトルを拡散している他の通常通信と確実に区別することができるため, この方法により通常通信で回線がすべて塞がっていても優先通信は確実に発信することができる.

5.2 提案する方式の構成

次に電力スペクトル密度が大きく帯域幅の狭い電波を発生させる方法について述べる. もちろん, 通常の CDMA に使用する無線機と別の無線機があれば簡

単に構成可能である。しかしながら、すべての移動局に優先通信専用の無線機を必要とする方法は重量その他の点であまり好ましくない。そこで、各移動局が CDMA に使用する無線機をそのまま使用して帯域幅の狭い信号を送受信する方法について述べる。ただし、基地局側は通常通信と優先通信を同時に行うために、2つの無線機が必要である。

ここでは、無線機が PSK 変調器によって CDMA 信号を送出しているものと仮定する。ほとんどの CDMA システムでは PSK を使用しているためにこのように仮定しているが、ASK, FSK, QAM 等を用いた場合も同様にして電力スペクトル密度が高く帯域幅の小さな信号を発生させることができる。

電力スペクトル密度が高く帯域幅の狭い信号を発生させる簡単な方法は、変調をやめることである。変調をやめるためには、変調器をすべてバイパスするか、PSK 変調器に符号として 0 または 1 の連続列、すなわち直流成分を入力すればよい。PSK 変調は搬送波の位相に情報を持たせているので、0 または 1 の連続列が入力されれば出力は搬送波そのものになる。このとき、出力は搬送波がそのまま出力されるため、無変調信号と同様になり、即ち電力スペクトル密度が高く帯域幅が非常に狭い信号を得る。同様に、ASK, FSK, QAM の場合も変調入力として 0 または 1 の連続列を入力すれば、無変調信号と同様の出力が得られる。もちろん、ASK の場合は変調入力として 0 の連続列を与えれば「出力が出てこない」状況になることもあり得るが、その場合は 1 の連続列を与えれば良い。

しかし、無変調信号では情報を伝えることができない。CDMA 無線機が遠近問題を解決するために持っているパワーコントロール装置 [3] を使い、電信 (CW) により情報を伝える方法も考えられる。しかし、電信が帯域幅の狭い理由は本質的にビットレートの低いデジタル通信を行っているからであるので、帯域幅の狭い通信を行うために電信を使わなければならない必然性は特にない。ビットレートを低くすることによりどんな変調を行っても帯域幅は狭くなる。

ならば、CDMA の変調に使用している PSK 変調器をそのまま流用するのがもっとも単純な情報変調の方法となる。つまり情報変調 (一次変調) はそのままに、拡散変調のみをやめることにより、全く同じプロトコルにより情報の伝送が可能な狭帯域高電力スペクトル密度の信号を生成することができる。また、拡散率の低い別の符号を用いることでチップレートを下げることにより電力スペクトル密度を上昇させる

ことができる。これについて以下考察する。

5.3 帯域幅と電力スペクトル密度

電力スペクトル密度 p 、帯域幅 B 、及び送信電力 P の間には以下の関係が成り立つ。

$$P = pB \quad (1)$$

(1) 式より、出力が一定である場合、 B と p は反比例することがわかる。

帯域幅 B は CDMA の場合チップレートに比例する。そのため、チップレートを下げるだけで電力スペクトル密度を上げることができる。また、この手続きは拡散符号を変更することに相当するため、無線機のアナログ部には変更を加えることなくデジタル処理の変更で事足りる。また、(1) 式から、送信機の出力を一定とした場合、チップレートを $1/n$ にすれば電力スペクトル密度 p は n 倍になる。そして、チップレートを最低にするには拡散符号に通常の Walsh 符号 (同期 CDMA の場合) や M 系列符号、Gold 系列符号 (非同期 CDMA の場合) ではなく、0 や 1 の連続する符号、すなわち直流成分を使うだけで良い。これにより、スペクトル拡散が行われなくなり、電力スペクトル密度が大きくなる。送信機や変調器そのものに変更を加える必要もない。

このように、帯域幅が狭く電力スペクトル密度が大きな電波の生成は無線部の構成を変更することなく比較的簡単な方法により実現することが可能であり、さらに、この方法による優先通信の実現は、他に多くの局が通信中であっても、他局の通信を妨げることなく基地局に確実に情報を送ることができる。

上記の方法は、中心周波数 f_0 は同じにして帯域幅を狭くする方法であるが、狭帯域のスペクトルが中心周波数 f_0 に立っていないなければならない理由は特にない。そこで、変調をかけるなどの方法で中心周波数をずらすという方法も考えられる。また、その周波数のずれに意味を持たせることも可能である。例えば、拡散変調器に拡散符号ではなく、代わりに一定周波数の信号を送ることにより、図 5 のようなスペクトルを持つ信号を作ることには難しくない。ただ、この場合、電力スペクトル密度が半分になってしまうというデメリットがある。

また、このアイデアの発展形として、周波数ホッピングによる通信を優先通信発信に用いることもできるが、詳細は省略する。

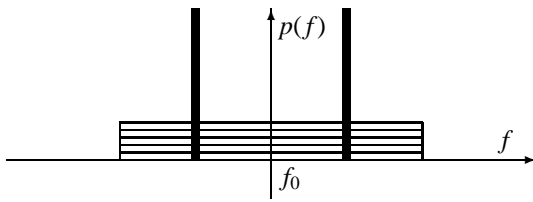


図 5: 分裂したスペクトル

5.4 プロトコルとシステムの動作

さて、最初の発信はこれでよいとして、プロトコルを実際に考えてみると移動局も帯域幅の狭い電波の受信を行う必要が発生する。なぜこれが必要であるか、プロトコルを記述しながら述べる。

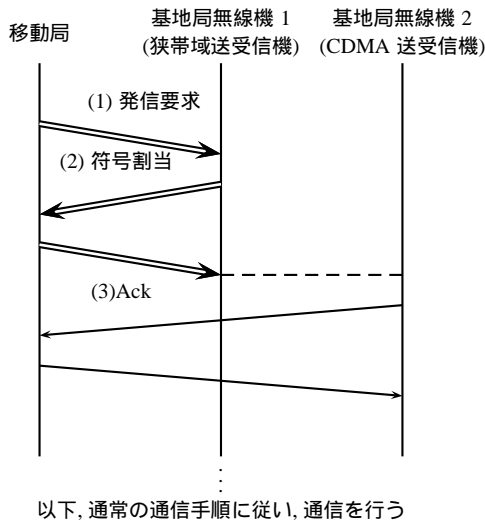


図 6: 発信プロトコル：二重線は狭帯域、高電力スペクトル密度による送受信を表す

図 6 に示すように、従来の発信方式で言えば (1) の基地局に対する発信要求と (3) の移動局からの承認の送信はここまで提案してきたように拡散符号を直流成分に変更して送信することにより行うことができる。しかしながら、まだ基地局から移動局へ符号の割り当てをどのように通知したらよいか、すなわち優先通信発信中に基地局から移動局へどのように情報を伝送するかということについてはまだ何も述べていない。通信路を確立するためにはこの点についても明確にしておく必要がある。以下、この点について考える。

ここまで、基地局は狭帯域用の無線機を増設するという前提で話を進めているので、基地局が通常通信とは別に狭帯域高スペクトル密度の信号を発することができるという仮定はおくことにする。すると問題

は、通常の CDMA 用の受信機しか持たない移動局がどのようにして狭帯域の拡散されていない信号を受信するかということに絞られる。

ここで、CDMA における逆拡散のプロセスが拡散と同じプロセスであることに着目すると、拡散の時に使った符号を逆拡散に使えば復号を行える。そこで、送信時に使った符号、すなわち直流成分で逆拡散を行うか、逆拡散プロセスをバイパスすれば、狭帯域で変調された信号を移動局受信機の変更を伴うことなく復調することができる。さらに、複数の移動局が優先発信を行う場合と複数の基地局が存在する場合に対する拡張について考えなければならない。この拡張は以前の提案 [6] と同様に行えば良い。

複数の移動局が優先発信を行うことができるようにするためには、ここで提案した手法をセッションの確立のみに使い、その後通常と同様の通信に移行すれば良い。通常通信に移行すればスペクトルが拡散されるので次の優先通信が発信可能になる。このとき、基地局はすべての通信回線が塞がっていたら優先度の低い通信をランダムに選び、優先通信のために切断することができることに注意せよ。また、全く同時に優先通信が発信された場合に備えるためには、移動局は優先発信を行ってもセッションが確立されなかった場合に、ランダムな待ち時間を設け、セッションを確立するまで再度発信を行うこととすれば良い。

複数の基地局が存在する場合には、セルラー方式を採用し、領域から基地局への 1 対 1 対応をとることで¹、領域内に基地局が 1 つしか存在しない状況になり、基地局が 1 つの場合の問題に還元される。

ここまでの議論を基に、優先通信発信用のプロトコルを構成すると、例えば図 6 のように構成すればよい。なお、このプロトコルを構成するにあたり、TCP の 3-way handshake[4] 等を参考にした。

ここまで読んできた読者は、制御チャンネルを用いた優先発信と同様のプロトコルであると気づかれる方もいるかもしれない。同様のことを行っているのだから、似通っているのは当然であるようにも思う。しかし、本方式ではほとんどの時間使用されることのない制御チャンネルはもはや不要であり、有限希少な資源である周波数資源の有効利用に資すると考える。また、図 5 のようなスペクトルにすることで制御チャンネルに相当する通信路を多数設定することもできる。これらの利点について、以下考察を行う。

¹領域の集合から基地局の集合への単射であり全単射でない理由は、いくつかの基地局がメンテナンス等で使用できないことがあるかもしれないからである。

5.5 提案方式の利点

この提案方式には以下のような利点がある。

まず第一に、プロトコルが単純である。OSI モデルで言えば物理層による優先制御なので、データリンク層(第2層)以上における優先制御において起こりうる、ビット誤りを原因とする優先制御の失敗は発生しづらい。これは信頼性の高いシステムづくりに貢献するものとする。また、上位層の実装に依存しないため、上位層が異なる規格が共存することに由来する優先制御の失敗も起こりにくい。

第二に、本提案方式を実装するにあたり、既存のシステムに大きな変更を加える必要はない。移動局側は1つの送信機、1つのアンテナで良いため、簡略な構成が可能である。また、本方式は、送受信機の無線部分には改修を行う必要がないので、過去の方式との互換性も高い。また拡散符号の変更というデジタル的な処理のみで、送信信号のスペクトルを大幅に変化させ、優先通信を実現することができ、空中線出力を増加させたり空中線利得を大幅に変化させる必要はない。また、拡散しない場合の電力スペクトル密度はビットレートを変更するだけで変化するので、極端な例を言えば、1bps のデータを送信する場合には、送信機やアンテナに変更を加えることなく、非常に高い電力スペクトル密度を得ることができる。

第三に、通信中の他局に妨害を与えない。通常通信で使用するスペクトルの幅 B と、狭帯域の通信で使用するスペクトルの幅 B' の比 B/B' が1より十分大きければ、CDMA の特性より、通常通信に与える影響も小さい。ここで、影響が小さいとは他の通信に対する BER (Bit Error Rate) の上昇を押さえることができるということの意味している。

他の通信に影響を与えにくい理由は、もう少し詳しく説明すると、直流成分だけからなる拡散符号は、ほかの拡散符号との相関係数が小さいからである。もう少し言うと、Walsh 符号を用いる同期式 CDMA と、 M 系列や Gold 系列等を用いる非同期式 CDMA の両方において、直流成分からなる拡散符号を用いた送信は、電界強度等、他の条件が同じであれば通常の移動局による通信と同程度の干渉を与える。なぜなら、これらの直流成分のみからなる符号と、ある Walsh 符号や M 系列符号との相関係数は他の Walsh 符号や M 系列符号との相互相関係数と同じかそれ以下しかないからである。言い換えれば、CDMA により通常通信を行っている他局の通信への妨害は、CDMA による

通常通信を行う移動局が1つ増えた場合と同等であり、SIR (Signal Interference Ratio) の悪化は最小限にとどまる。そのため、BER も上昇しにくい。Walsh 符号や M 系列符号が直流成分との相関係数が小さいことについては、付録に簡単に記述した。

すなわち、この提案方式はシステム全体に対して、同期式 CDMA と非同期式 CDMA の両方の場合において、移動局が1つ増えたのと同じ程度の干渉しか与えておらず、他局は通常通信を続けることが可能である。すなわち、今回提案する方法は昨年発表した方法のような電波法による制約を課されることはなく、使用方法の自由度が高い。

5.6 提案方式の問題点

以前の方式と比較した場合の問題点としては、第一に基地局は受信機を2つ用意している必要があること、第二に通信路容量は任意ではなく、また、通信路容量は小さいことがある。しかし、後者の問題点については以下の理由により、基地局に対して移動局が発信要求を行うにはこれで十分であると考えられる。

移動局からの発信要求に対して基地局からの応答は以下のように行う。

- (1) 移動局に通常通信用の符号を割り当てる。
- (2) 基地局と移動局は(1)で割り当てられた符号を用いて通信を行う。

上記手順において移動局に符号を割り当てた後に、通常通信に戻る手順をあらかじめ決めておく。ここで、最終的に通常通信に戻る部分は以前の提案と同様である。そのため、本提案方式による通信は(1)の部分だけを行えば十分である。通常通信を確立するためのネゴシエーションの部分だけ行うこととすれば多くの情報を今回の提案方法で伝送する必要はない。

6 制御チャンネルのない発信方式

ここまで優先通信を発信するための方式として本提案方式について述べた。しかし、5.5 節で述べた本提案方式の利点により、この提案方式は緊急通信等だけではなく、通常通信の発信に使用することが可能である。この場合、帯域幅が狭く電力スペクトル密度の高い信号は従来の発信方式における制御チャンネルの役割を果たすことができる。なぜなら、他局の通信を妨害せず、許可された空中線電力を超える必要もな

いので電波法による使用上の制約が存在しないからである。もちろん、緊急通信等の発信にこの方式を利用することもできる。その場合、「通常使用することのない緊急通信等のために通信路容量の一部を予約しておく必要がない」という以前提案した緊急通信等発信方式の利点は全く同じである。通信手順も本論で提案した手法がそのまま適用できる。

7 おわりに

前年度発表を行った緊急通信等発信方式を改良した発信方式の提案を行った。この方式は昨年発表した方式のように使用法に関する法令上の制約がないので、使用法は自由である。この利点を生かした例として、制御チャンネル不要の発信方式を提案した。この方法によれば、使用頻度の少ない制御チャンネルをわざわざ用意する必要はなく、その分を通信用の周波数として割り当てることができ、広い帯域をすべて通信に使用できるという意味で CDMA の特性を最大限に引き出すことができる。また、世界的な課題である周波数の有効利用に大きく資するものとする。

参考文献

- [1] B. W. Parkinson, J. W. Spiker Jr., editor. *Global Positioning System: Theory and Applications*, Vol. II. AIAA, 1996.
- [2] Donald E. Knuth. *Seminumerical Algorithms: Random Numbers*. The Art of Computer Programming. Addison-Wesley, 1969. (渋谷雅昭訳「The Art of Computer Programming 準数値的アルゴリズム:乱数」サイエンス社 (1981)).
- [3] Qualcomm, Inc. . 日本国特許第 2776632 号, 第 3078330 号, 第 3078330 号.
- [4] W. Richard Stevens. *UNIX Network Programming, Second Edition*, Vol. 1. Prentice Hall PTR, 1998. (篠田陽一訳「UNIX ネットワークプログラミング 第 2 版 Vol.1」ピアソン・エデュケーション (2002)).
- [5] 稲葉栄次. 群論入門. 培風館, 1957.
- [6] 金田直樹, 塩見格一. CDMA による効率的な緊急通信方式. 航空無線. (財) 航空保安無線システム協会, Vol. 37, pp. 51 – 57, Sep 2003.
- [7] 今井秀樹. 情報理論. 昭晃堂, 1984.
- [8] 松尾憲一. スペクトラム拡散技術のすべて. 東京電機大学出版局, 2002.
- [9] 総務省. 電波法令集. (財) 電気通信振興会, 2003.
- [10] 柏木. M 系列とその応用. 昭晃堂, 1984.

8 付録：拡散符号と相関係数

8.1 Walsh 符号

同期 CDMA においては、拡散符号として直交符号を用いることができる。ここでは、代表的な直交符号である Walsh 符号の構成法を述べる。以下、説明の便宜のため、 $\{-1, 1\}$ を元とする 2 元符号を取り扱う。また、符号の相関を示す指標として内積を用いる。

\mathbb{N} を自然数全体の集合とする。ここでは 0 を自然数に含める。すなわち、 $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ である。

$k \times k$ Walsh-Hadamard 行列 H_k は k が 2 の巾乗のとき、以下の式により再帰的に定義される。ここに $m \in \mathbb{N}$ である。

$$H_1 = 1$$

$$H_{2^{m+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} H_{2^m} & H_{2^m} \\ H_{2^m} & -H_{2^m} \end{pmatrix}$$

Walsh-Hadamard 行列 H_k は以下の性質を満たす。これらの性質は定義から、 m に関する帰納法により、簡単に証明できる。証明は簡単なので読者に委ねる。

$$H_k^2 = I_k \quad (2)$$

$${}^t H_k = H_k \quad (3)$$

ここで、 I_k は $k \times k$ の単位行列である。

H_k の第 i 行目 ($0 \leq i \leq k-1$) を \mathbf{h}_i と記述する。 \mathbf{h}_i を成分表記すれば以下ようになる。

$$\mathbf{h}_i = (h_{i0} h_{i1} \dots h_{ik-1})$$

先頭行 \mathbf{h}_0 を除き $\{k^{\frac{1}{2}} \mathbf{h}_i | i = 1, 2, \dots, k-1\}$ として長さ k の Walsh 符号の集合を得る。このとき、 $k-1$ 個の異なる符号が得られる。その中の 1 つを拡散符号として選び、通信を行う。

8.2 Walsh 符号と直流成分の相関係数

$\mathbf{a} = (a_0 a_1 \dots a_{n-1})$ と $\mathbf{b} = (b_0 b_1 \dots b_{n-1})$ の内積を以下により定義する。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i b_i$$

ここで \cdot は内積をとることを表す記号である²。

²本来はこのように定義したとき、内積の公理を満たすことを示さなければならない。しかし、この内積の定義は我々の良く知る Euclid 空間上の内積と同じ定義であり、以下に示す内積の公理を満

(2) 式と (3) 式より, 以下が成り立つ (直交性).

$$\mathbf{h}_i \cdot \mathbf{h}_j = \begin{cases} 1 & (\text{if } i = j) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad (4)$$

この性質を使い, 同期 CDMA は信号を重畳させる. 例として基地局から移動局に情報を伝送する場合について考える. 拡散符号の長さ k を 4 とすると 3 ビット $b_1, b_2, b_3 \in \{0, 1\}$ を以下のように重畳させることができる.

$$\mathbf{a} = b_1 \mathbf{h}_1 + b_2 \mathbf{h}_2 + b_3 \mathbf{h}_3$$

その後, \mathbf{a} を実際に送信する.

受信側において例えばビット b_1 を求めるには, \mathbf{a} と \mathbf{h}_1 の内積をとる. すると符号の直交性から, 以下のように b_1 を求めることができる.

$$\begin{aligned} a \cdot \mathbf{h}_1 &= (b_1 \mathbf{h}_1 + b_2 \mathbf{h}_2 + b_3 \mathbf{h}_3) \cdot \mathbf{h}_1 \\ &= b_1 (\mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{h}_1) + b_2 (\mathbf{h}_2 \cdot \mathbf{h}_1) + b_3 (\mathbf{h}_3 \cdot \mathbf{h}_1) \\ &= b_1 \end{aligned} \quad (5)$$

同様に, 受信側が b_2 を求めるには $\mathbf{a} \cdot \mathbf{h}_2$ を, b_3 を求めるには $\mathbf{a} \cdot \mathbf{h}_3$ を求めればよい.

さて, 同じ符号の連続した直流成分は, 実際には Walsh 符号として使用しなかった Walsh-Hadamard 行列の先頭行から構成される $k^{\frac{1}{2}} \mathbf{h}_0$ なので, これまで述べてきた直交性より, 直流成分を重畳させて送信による干渉は他の拡散符号を選ぶ移動局による干渉と等価であり, システムに悪影響を及ぼさない.

8.3 M 系列符号

非同期 CDMA においては拡散符号に以下のような条件が求められる.

1. 位相差 0 のとき自己相関が大きく, 位相差ゼロ以外の時は符号の相互相関が十分に小さい

たすことは既知であるとしよう.

内積の公理: ベクトル空間 V 上の内積 $V \times V \rightarrow \mathbb{C}$ は以下の条件を満たす. ここに \mathbb{C} は複素数全体の集合である.

1. $\forall x \in V, x \cdot x \geq 0$, さらに $x \cdot x = 0 \iff x = 0$
2. $\forall x, y, z \in V, \forall \alpha, \beta \in \mathbb{C}, (\alpha x + \beta y) \cdot z = \alpha(x \cdot z) + \beta(y \cdot z)$
3. $\forall x, y \in V, x \cdot y = (y \cdot x)^*$

また, $a \cdot b = 0$ のとき, a と b は直交しているという.

さらに, $\|c\| = (c \cdot c)^{\frac{1}{2}}$ により定義される $\|c\|$ を c のノルムという. ノルムは三角不等式 $\forall x, y \in V, \|\|x\| - \|y\|\| \leq \|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ と Schwarz の不等式 $|(x, y)| \leq \|x\| \|y\|$ を満たす.

2. CDMA で通信を行う各局に割り当てられた符号の相互相関は全ての位相差において十分小さいこと

この条件を満足する符号としては M 系列符号が知られている. M 系列は計算機の疑似乱数発生器として, それまでの線形合同法 [2] に代わり使用されており, その性質は詳細に調べられている [10].

M 系列は以下のように定義される系列である.

有限体 (Finite Field) とは元の要素の間に四則演算を定義可能な有限集合のことである. 有限体 S の位数 (order) は S に属す元の数であり, $|S|$ と記述する.

ある有限体 F 上の線形写像 $f: F \rightarrow F$ の周期が最大となるとき, $a \in F, a \neq 0$ を f により写像して得られる元の列を最大長系列 (Maximum length sequence), または最大周期列 と呼び, 通常, M 系列 (M -sequence) と略される. f は 0 を生成しないため, f の周期は最大 $|F| - 1$ である. そのような F としては, 素数 p を法とした有限体 $(\text{mod } p)$ をとることができる. 自然数全体の集合の法 p に関する剰余類の加法群が体をなす (逆元を持つ) ことは自明ではない. この証明に関しては [5] などに記述されている. このとき, F は素体 と呼ばれる.

8.4 M 系列符号と直流成分の相関係数

長さ k であり, 符号アルファベットが $\{-1, 1\}$ である $\{-1, 1\}^k$ 上の M 系列符号の性質として, $|(-1 \text{ の数}) - (1 \text{ の数})| = 1$ という性質がある. この性質より, 直流成分との相互相関係数を計算すると, 直流成分 $(111 \cdots 1)$ との内積を計算して ± 1 となる.

$\{-1, 1\}^k$ 上の任意の符号の自己相関係数は k であるので, k が十分大きければ直流成分と長さ k の M 系列符号 $m \in \{-1, 1\}^k$ との相互相関係数は十分小さく, 長さが k である別の M 系列符号 $n \in \{-1, 1\}^k$ と m の相互相関係数より同じか又は小さい.

尚, 相互相関係数の計算は一般にこれほど簡単ではない. なぜなら, Walsh-Hadamard 符号は同期 CDMA に使用されるため, 位相が揃っており位相を変えたときの計算は不要であるが, M 系列符号は非同期 CDMA に使用されるため, 位相が揃っていない場合の計算も必要になるからである. 今回は直流成分との相関係数の計算を行ったため, 位相を無視することができ, 簡単な議論で済ませることができた.

³ $a \neq 0$ である理由は, f の線形性より $f(0) = 0$ であるから